第11讲：TSP问题

一. 问题

$G=(V,E)$

$d: E \longrightarrow Z^+$ 每条边的权重[距离]

寻找费用最小的 Hamilton 圈

满足metric：$d(i,j) \leq d(i,t)+d(t,j)$ 三角不等式

① 计算MST T^*

$d(T^*) \leq d(OPT)$ 最小生成树当然比Hamilton圈短啦！

② Double T^*，得到 $\tilde{G}$（一个欧拉图）

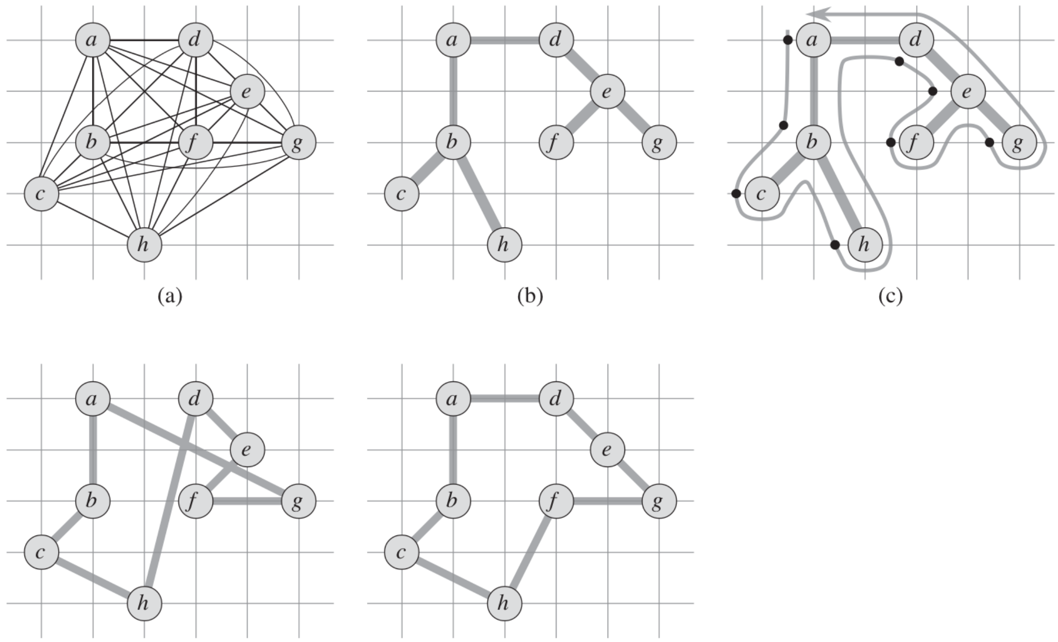
$$d(\tilde{G}) = 2d(T^*)$$

③ 存在一个欧拉圈

如果一个顶点访问过了，则访问其他顶点

得到 H 圈

$$d(H) \leq d(\tilde{G}) = 2d(T^*) \leq 2d(OPT)$$



(a) (b) (c) (d) (e)

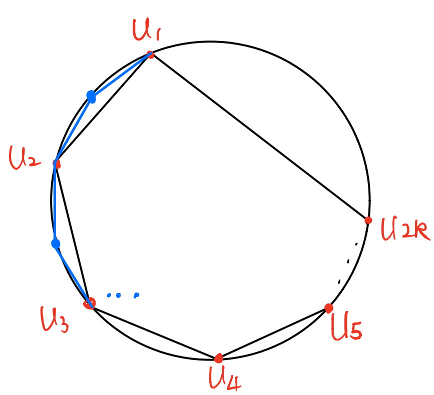
②' 找出T^*的奇度点(必然偶数个)

$u_1, u_2, \cdots, u_{2k}$

找一个权重最小的完美匹配(多项式可解)

记为M

③' $T^* \cup M$ 是一个欧拉图



挑出最优解的奇度点，得到一个奇度点的圈

一个圈对应两个匹配

$(u_1,u_2), (u_3,u_4), \cdots, (u_{2k-1},u_{2k})$

$(u_2,u_3), (u_4,u_5), \cdots, (u_{2k},u_1)$

蓝色代表H^*,最优解 $\Longrightarrow$ 奇度点圈 $< d(OPT)$

$\therefore d(M) < \frac{1}{2} d(OPT)$ 最小完美匹配

$\therefore d(H) \le d(T^*) + d(M) \le 1.5\, d(OPT)$